

Računarska grafika - vežbe

4 – Transformacije u 2D grafici

Elementarne transformacije u 2D grafici

- Konvencija pokretne virtuelne kamere

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x1 & -y1 & 1 \end{bmatrix}$$

Translacija

Koordinatni početak se pomera u tačku $O'(x1,y1)$:

$$M_R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotacija

Koordinatni sistem rotira oko koordinatnog početka za ugao α . Pozitivan smer rotacije je nasuprot kretanja kazaljke časovnika.

$$M_S = \begin{bmatrix} S_X & 0 & 0 \\ 0 & S_Y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Skaliranje

Faktori skaliranja po X i Y osi: S_X i S_Y :

$S_X = -1, S_Y = 1 \Rightarrow$ refleksija prema Y osi

$S_X = 1, S_Y = -1 \Rightarrow$ refleksija prema X osi

Zadatak 1

U desnom pravouglom X-Y koordinatnom sistemu trougao je određen temenima: $A(2,6)$, $B(4,6)$ i $C(3,8)$. Ukoliko se koordinatni sistem translatorno pomeri u tačku $O_1(1,1)$, zatim rotira u smeru suprotnom od kretanja kazaljke na časovniku za ugao 30° i konačno skalira faktorima za X-osu $S_x=2$, odnosno Y-osu: $S_y=1$, odrediti:

- kompozitnu matricu transformacije
- nove koordinate datog trougla
- da li se menja kompozitna matrica transformacije ako se elementarne transformacije izvrše po redosledu:
 - rotacija, translacija, skaliranje
 - translacija, skaliranje, rotacija

Zadatak 1 – rešenje (1/3)

Matrice elementarnih transformacija su:

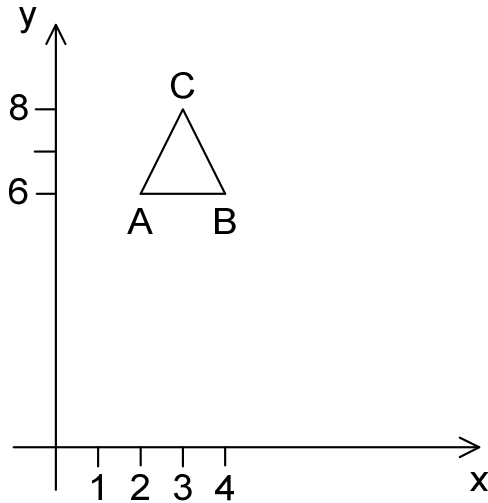
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ & 0 \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Kompozitna matrica je:

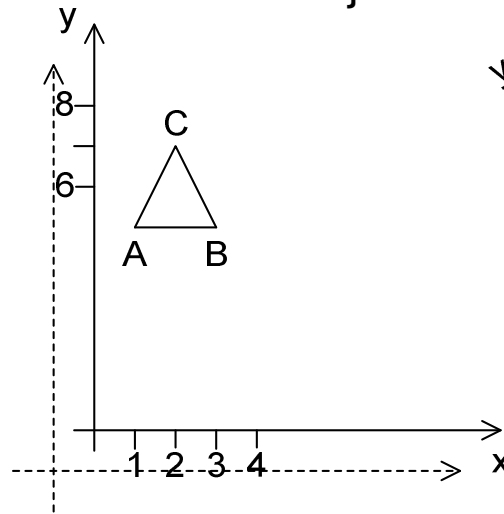
$$M = T \cdot R \cdot S = \begin{bmatrix} 1.732 & -0.5 & 0 \\ 1 & 0.866 & 0 \\ -2.732 & -0.366 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadatak 1 – rešenje (2/3)

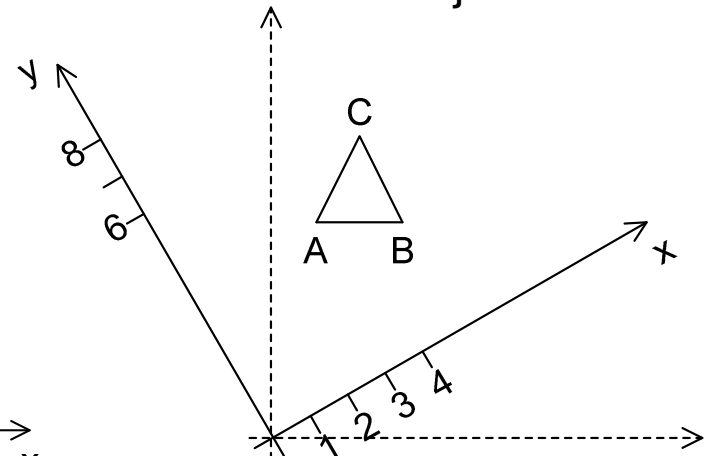
Početno stanje



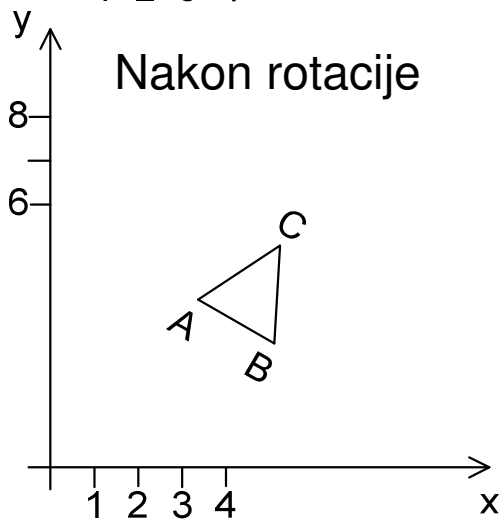
Translacija



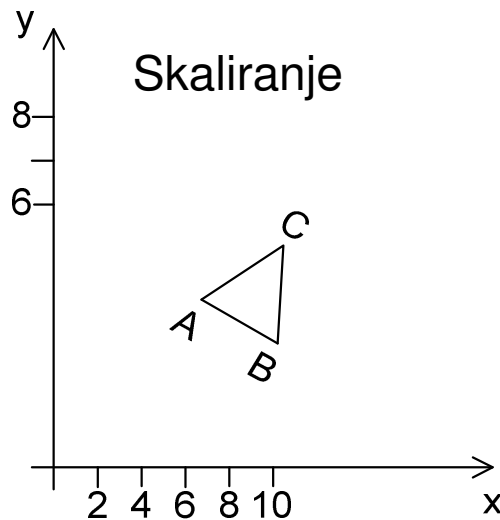
Rotacija



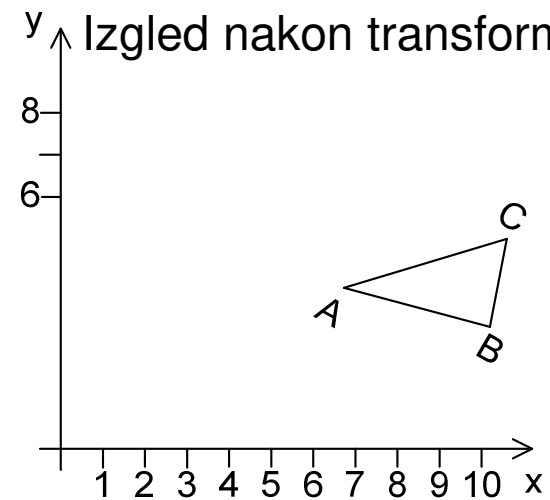
Nakon rotacije



Skaliranje



Izgled nakon transformacija

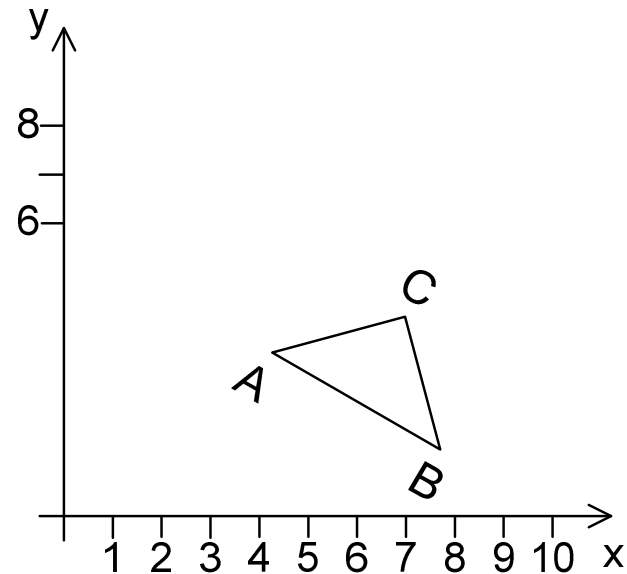
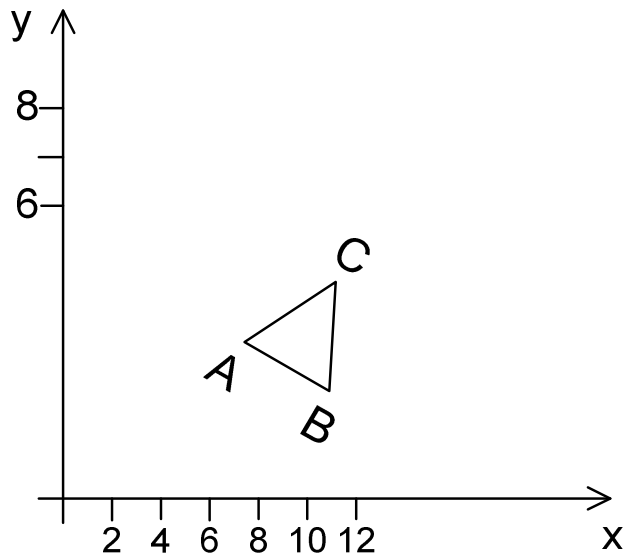


Zadatak 1 – rešenje (3/3)

b)

$$\begin{aligned} A' &= (2,6,1)*M = (6.732, & 3.83, & 1) \\ B' &= (4,6,1)*M = (10.196, & 2.83, & 1) \\ C' &= (3,8,1)*M = (10.464, & 5.062, & 1); \end{aligned}$$

c) 1. Da. 2. Da.



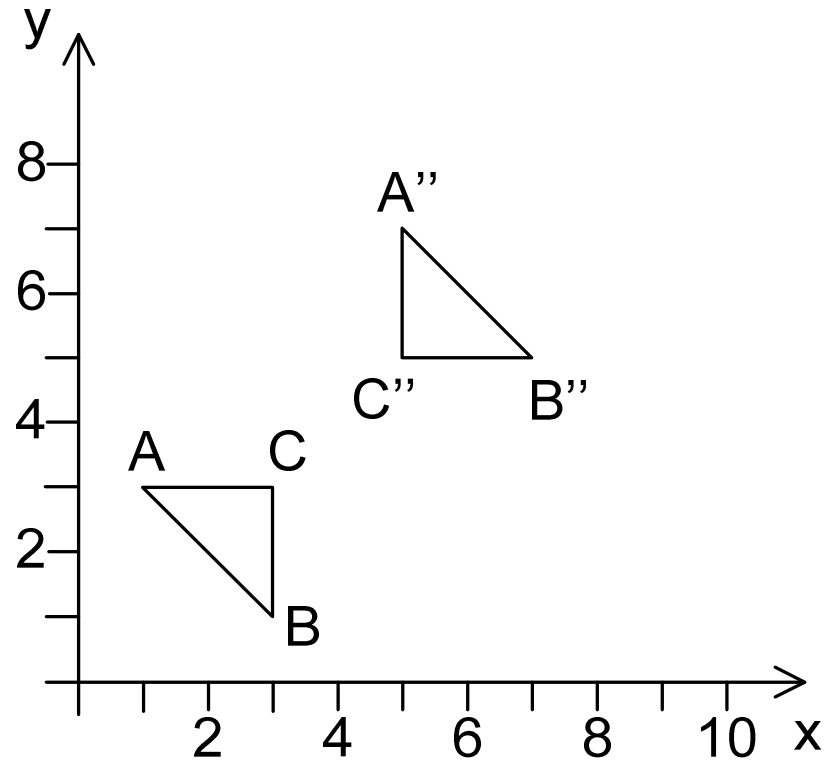
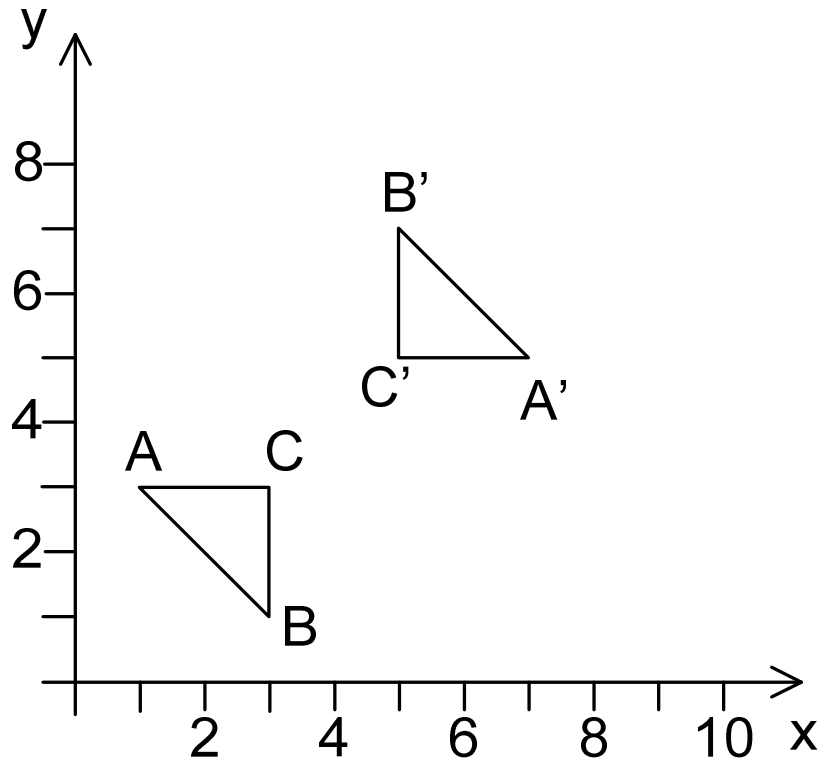
Zadatak 2 (1/2)

Trougao ABC nalazi se na virtuelnom ekranu u položaju definisanom koordinatama tačaka $A(1,3)$, $B(3,1)$, $C(3,3)$. Koordinatni početak desnog koordinatnog sistema se nalazi u levom donjem uglu ekrana.

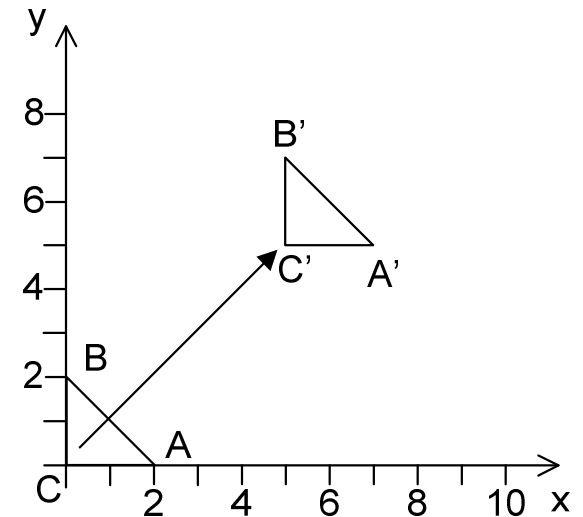
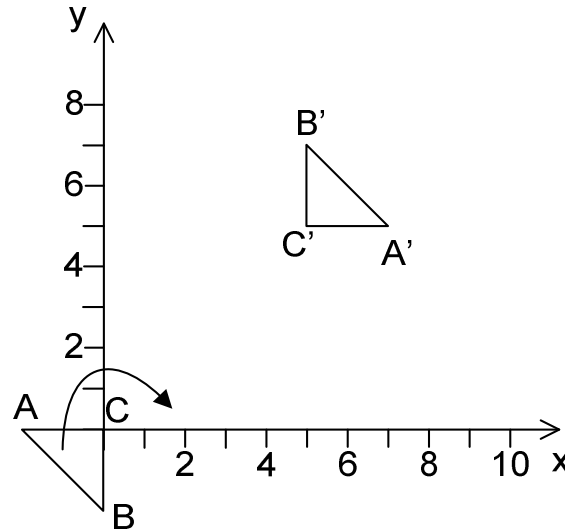
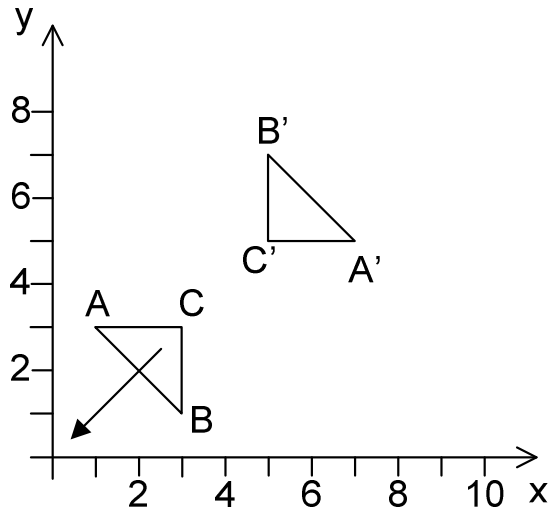
Odrediti kompozitnu matricu transformacija pokretne virtuelne kamere tako da se postigne efekat promene položaja trougla ABC u položaj:

- $A'B'C'$, gde su koordinate tačaka $A'(7,5)$, $B'(5,7)$, $C'(5,5)$
- $A''B''C''$, gde su koordinate tačaka $A''(5,7)$, $B''(7,5)$, $C''(5,5)$

Zadatak 2 (2/2)



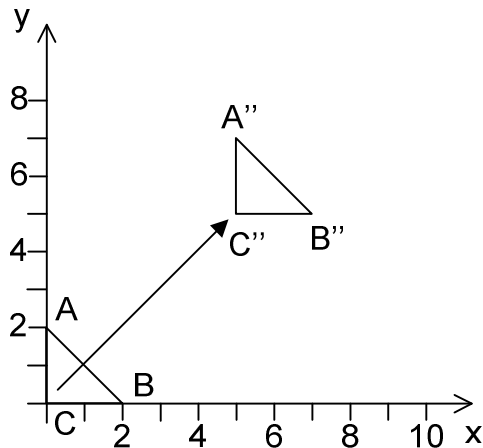
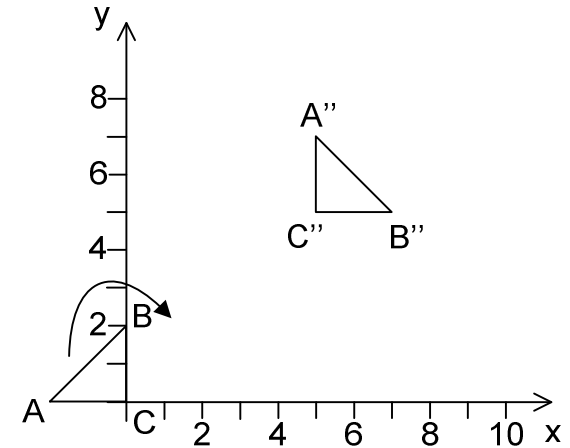
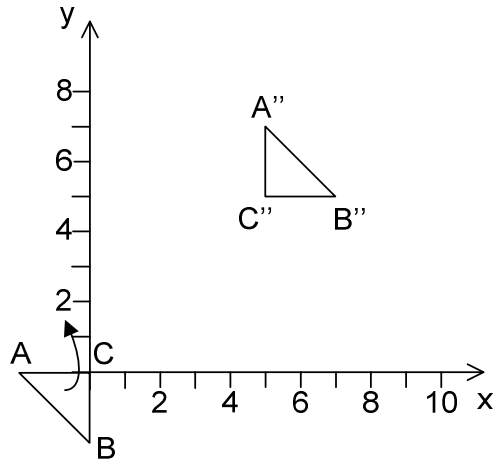
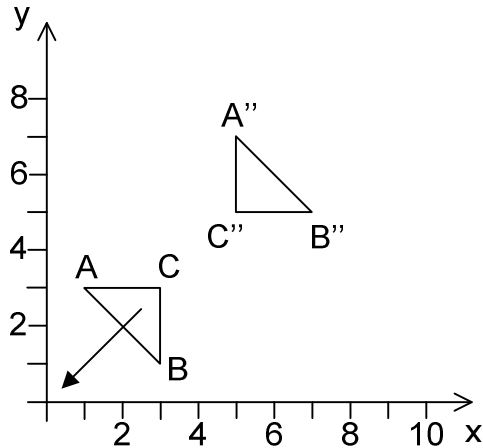
Zadatak 2 – rešenje (1/2)



1. Translacija koordinatnog početka u tačku $O'(3,3)$
2. Rotacija koordinatnog sistema nasuprot kretanja kazaljke na časovniku za ugao $\alpha = \pi$
3. Translacija koordinatnog početka u tačku $(-5,-5)$

$$M = T_1 \cdot R \cdot T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 8 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadatak 2 – rešenje (2/2)

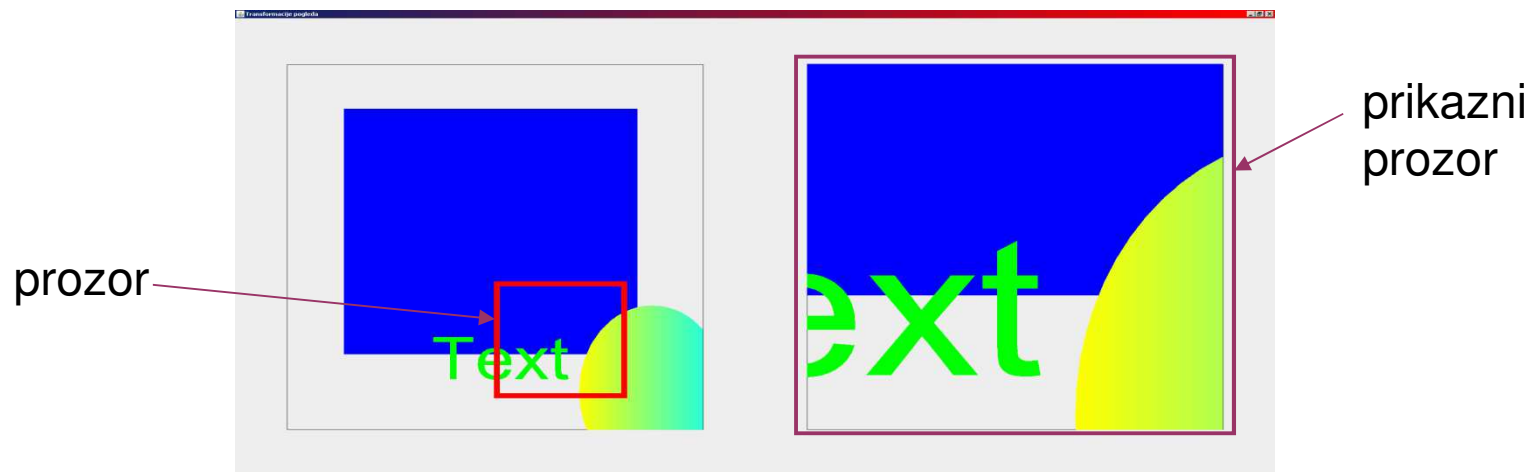


1. Translacija koordinatnog početka u tačku $O'(3,3)$
2. Ogledanje prema X-osi
3. Rotacija nasuprot kretanja kazaljke za ugao $\alpha=90^\circ$
4. Translacija koordinatnog početka u tačku $O''(-5,-5)$.

$$M = T_1 \cdot O_X \cdot R_Y \cdot T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 8 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$

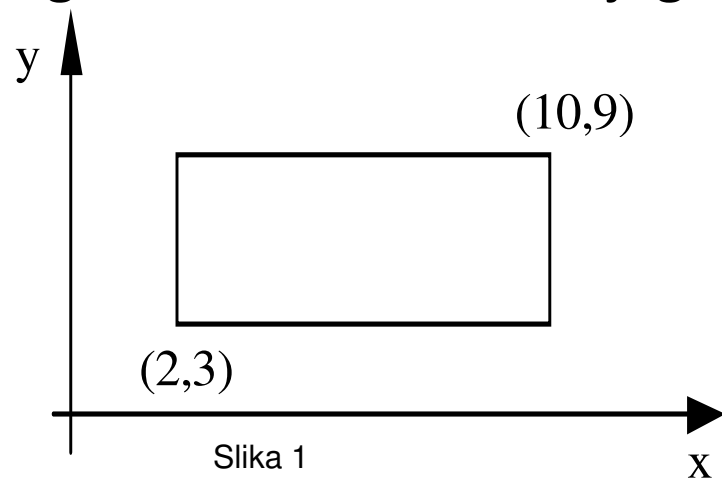
Transformacija prozor → prikazni prozor

- Obezbeđuje razdvajanje postupka sastavljanja scene od njenog prikazivanja
- Prozor (*Window*): određuje deo scene koji se posmatra
- Prikazni prozor (*Viewport*): određuje poziciju, veličinu i orijentaciju dela prikazne površi u kojoj se prikazuje deo scene vidljiv u prozoru

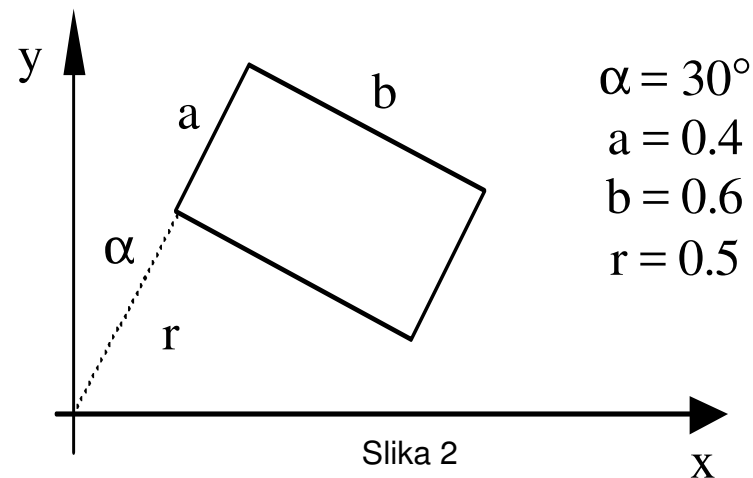


Zadatak 3

Izračunati kompozitnu matricu preslikavanja objekata iz prozora (*Window*) sa slike 1 u prikazni prozor (*Viewport*) na slici 2. Prozor se nalazi u koordinatnom sistemu realnog sveta, a prikazni prozor u normalizovanom koordinatnom sistemu prikaznog uređaja. Stranica prozora (2,3)-(2,9) se preslikava u stranicu a , tako što se tačka (2,3) preslika u tačku na rastojanju r od koordinatnog početka prikaznog prozora, pod uglom α u odnosu na njegovu Y osu.



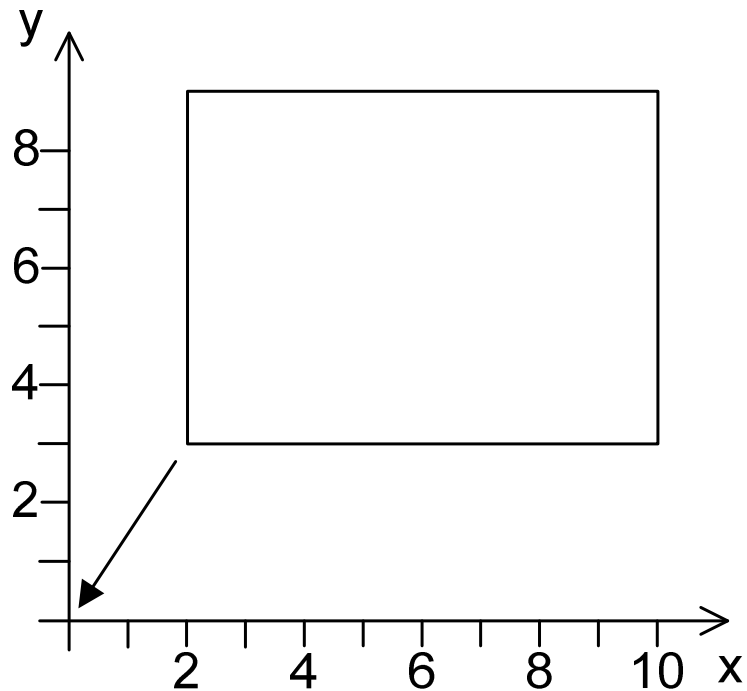
Slika 1



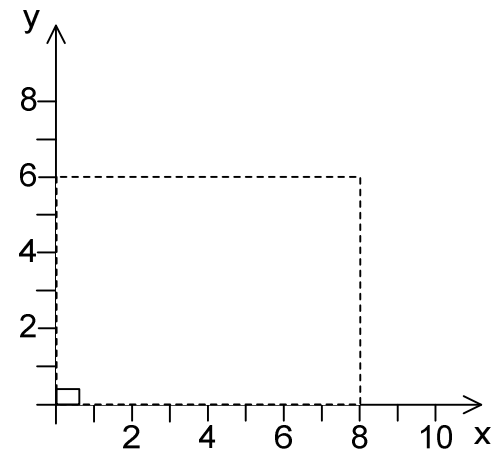
$$\begin{aligned}\alpha &= 30^\circ \\ a &= 0.4 \\ b &= 0.6 \\ r &= 0.5\end{aligned}$$

Slika 2

Zadatak 3 – rešenje (1/3)

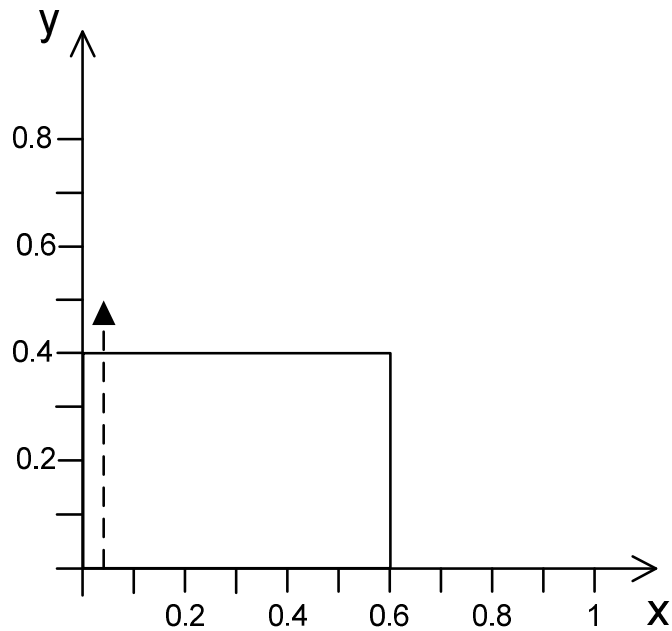


Translacija: donji levi ugao pravougaonika se postavlja u koordinatni početak

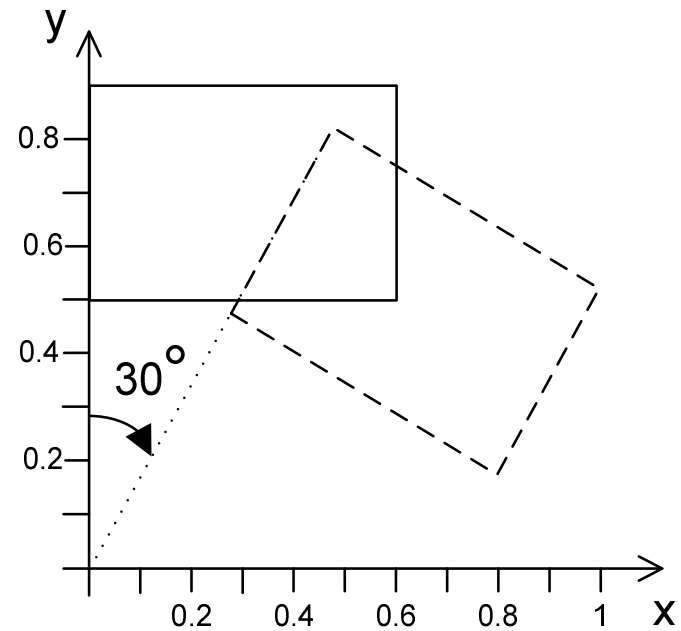


Skaliranje: $(8,6) \Rightarrow (0.6,0.4)$

Zadatak 3 – rešenje (2/3)



Translacija: donji levi ugao pravougaonika se postavlja u $(0, r)$



Rotacija: oko koordinatnog početka za ugao 30°

Zadatak 3 – rešenje (3/3)

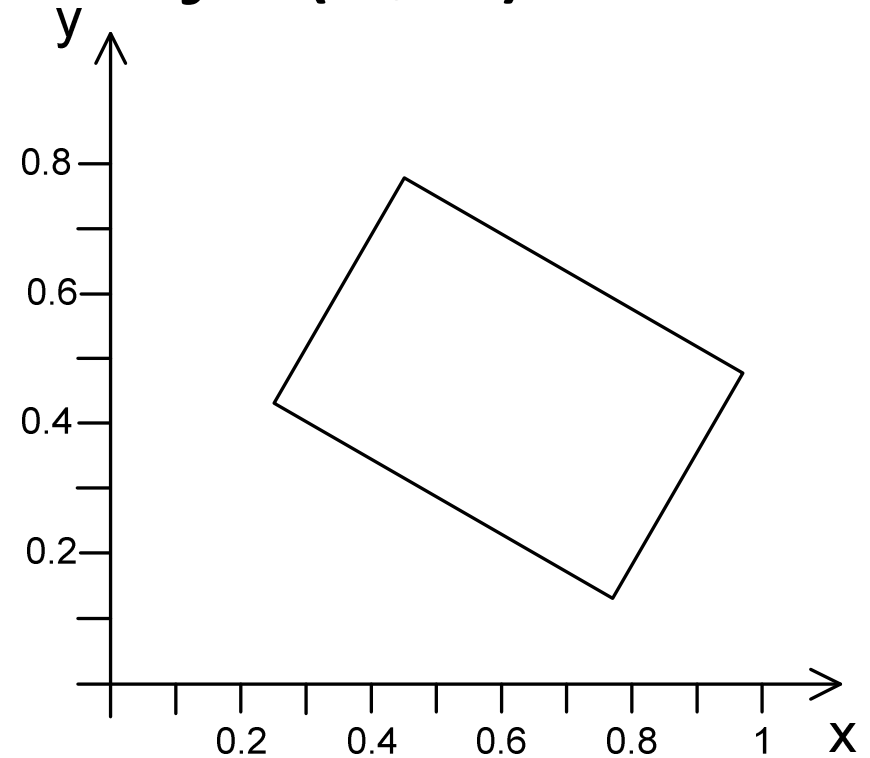
$$M = T_W \cdot S \cdot T_{VP} \cdot R$$

$$T_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_x = \frac{0.6}{8}$$

$$S_y = \frac{0.4}{6}$$



$$T_{VP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ & 0 \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0.0649 & -0.0375 & 0 \\ 0.0333 & 0.0577 & 0 \\ 0.0201 & 0.3348 & 1 \end{bmatrix}$$